

Cours 2

Concepts de base partie 2 et lois de
Kirchhoff

EE 105 – Sciences et technologies de l'électricité
Printemps 2025

Prof. Camille Brès - camille.bres@epfl.ch

- Résistivité, conductivité, résistance
- La loi d'Ohm
- Travail et puissance
- Sources de tension et de courant
- Les lois de Kirchhoff
- Section 3.3.5 – 3.3.13
- Chapitre 4

Courant électrique = mesure du flux de charges électriques.

Les charges se mettent en mouvement car le champ électrique \vec{E} exerce une force \vec{F} .

Les charges se déplacent dans un matériau à une vitesse moyenne v_d .

- La vitesse moyenne dépend du courant électrique, de la densité d'électrons du matériau et de la section du guide.

Par la loi de Coulomb, deux charges de même signe se repoussent, deux charges de signe opposé s'attirent. ($[F] = N$, newton).

- ϵ est la permittivité, constante électrique fondamentale, $[\epsilon] = F/m$

Le potentiel électrique $V(M)$ créé par une charge ponctuelle au point M dépend de la distance r à la charge et résulte du champ électrique radial

- Unité: $[V] = V$, le volt

La tension électrique U_{AB} entre 2 points A et B est la différence de potentiel

- Unité: $[U] = V$, le volt

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

$$v_d = \frac{i}{enS}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{u}_{12}$$

$$V(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r}$$

$$U_{AB} = V(A) - V(B)$$

Résistivité, résistance et loi d'Ohm

Symbol	Signification	Grandeur	Unité
	Résistance	R	ohm (Ω)

Composant de base des circuits

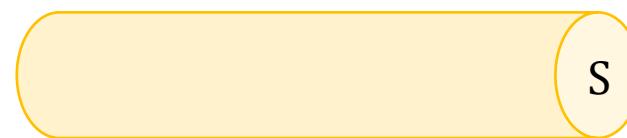
Objectif: déterminer la relation entre tension à ses bornes (U) et le courant qui le traverse (i)

Il a été démontré que le courant i est proportionnel au champ électrique $|\vec{E}|$.

- Pour un fil conducteur de longueur l connecté à une tension U_0 :

$$i \propto |\vec{E}|_{fil} \approx \frac{U_0}{l}$$

Il a également été démontré que ce courant est proportionnel à la section S du fil.



$$i \propto S$$

On en déduit:

$$i \propto S \frac{U_0}{l}$$

La tension U_0 et le courant i sont donc donnés par:

$$U_0 = \rho \frac{il}{S}$$

- ρ est le facteur de proportionnalité appelé résistivité du matériau.
- Son unité est le ohm-mètre (Ωm).

La résistivité est une propriété du matériau.

C'est une mesure de la capacité de ce matériau à résister un flux d'électrons.

L'inverse de la résistivité est la conductivité.

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ en } (\Omega m)^{-1} \equiv Sm^{-1}$$

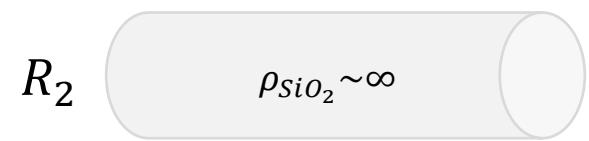
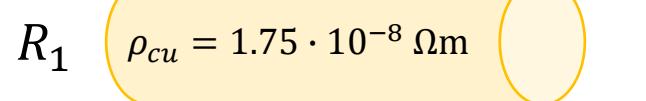
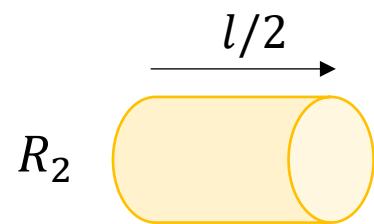
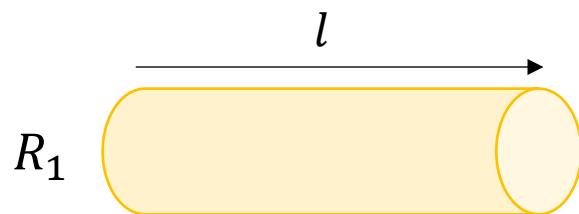
Matériau	ρ (Ωm)	σ (S/m)
Argent	1.62×10^{-8}	6.06×10^7
Cuivre	1.76×10^{-8}	5.68×10^7
Aluminium	2.78×10^{-8}	3.60×10^7
Laiton (62% Cu, 38% Zn)	7.50×10^{-8}	1.33×10^7
Manganin (86% Cu, 12% Mn, 2% Ni)	4.30×10^{-7}	2.30×10^6

Nous pouvons introduire le concept de résistance R :

$$U_0 = \rho \frac{il}{S}$$

$$U_0 = Ri \text{ avec } R = \frac{\rho l}{S}, \text{ unité } \Omega$$

La résistance est l'opposition faite au passage du courant électrique i dans un circuit fermé soumis à une tension électrique continue U_0

 $R_1 \quad R_2$  $R_1 \quad R_2$  $R_1 \quad R_2$

La résistivité d'un matériau a une dépendance en température.

- Dans la plupart des matériaux conducteurs le mouvement aléatoire des électrons augmente avec la température.
- Il devient plus difficile de mettre les électrons en mouvement dans une direction spécifique.

On a la relation suivante:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

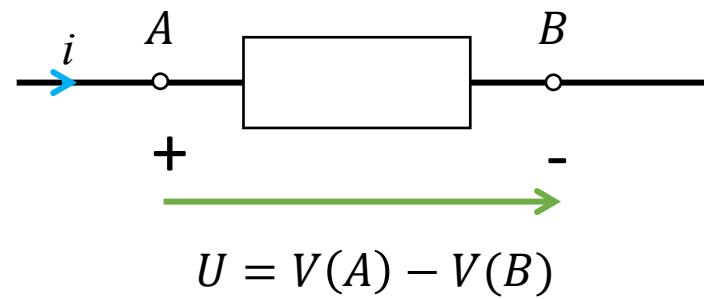
- α = coefficient de température,
- R : résistance à la température T ,
- R_0 et T_0 : résistance et température de référence.

Matériaux	α (K ⁻¹)
Argent	3.80×10^{-3}
Cuivre	3.93×10^{-3}
Or	3.40×10^{-3}
Aluminium	3.91×10^{-3}
Nickel	6.0×10^{-3}
Fer	5.5×10^{-3}
Laiton	1.6×10^{-3}
Manganin	1.0×10^{-5}
Carbone	-5×10^{-4}

Courants et tensions électriques entre les bornes d'elements du circuit ne sont pas connus à priori.

- Ces grandeurs reçoivent un sens algébrique arbitraire.

La convention est que la flèche de tension soit orientée du potentiel (estimé) le plus élevé au potentiel le plus bas.



- Le courant (a priori) positif i rentre par la borne positive.
- i.e. **flèche du courant et flèche de tension pointent dans la même direction.**

Si R (pour des conditions physiques données) ne varie

- ni avec la tension électrique U ,
- ni avec le courant i ,



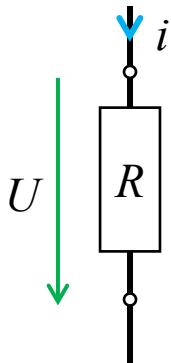
Georg Simon Ohm (1789 – 1854)
Physicien allemand



Henry Cavendish (1731 – 1810)
Physicien, chimiste britannique

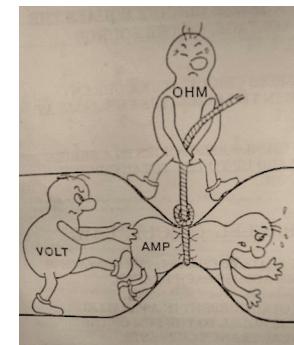
le matériau est dit **ohmique**, celui-ci obéit à la **loi d'Ohm**.

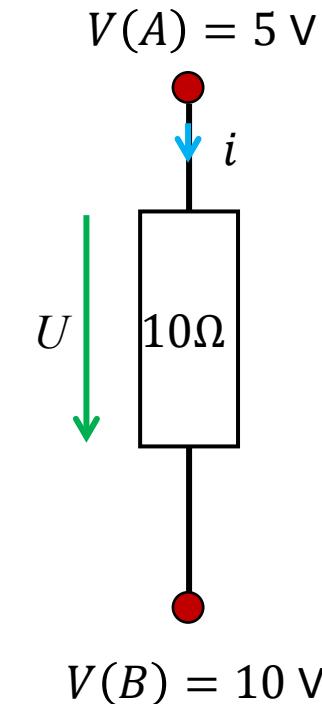
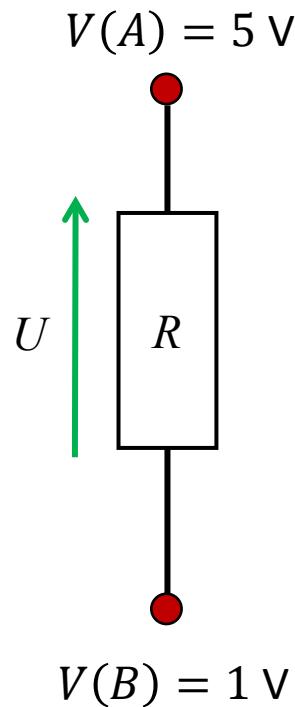
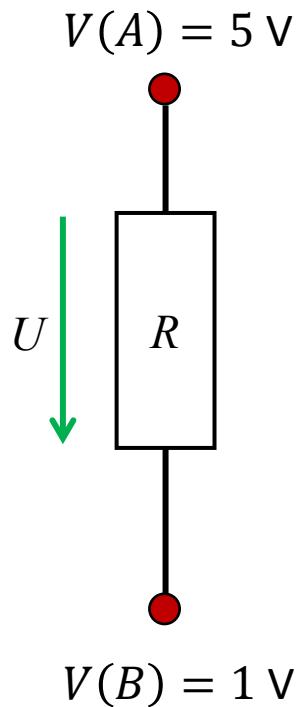
La tension U aux bornes d'une résistance est proportionnelle au courant i qui la traverse.



$$U = Ri ; \quad R \geq 0$$

$$u(t) = Ri(t) ; \quad R \geq 0$$





$$U =$$

$$U =$$

$$i =$$

R est une constante pour un élément ohmique

- Relation linéaire entre U et i .

R est positive.

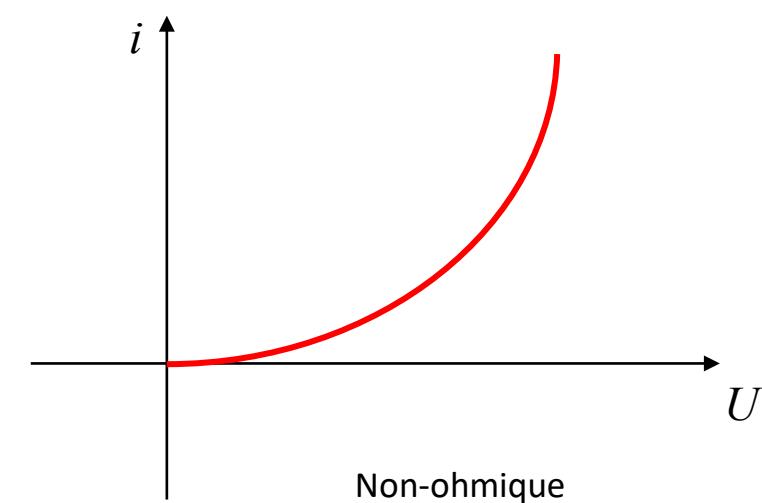
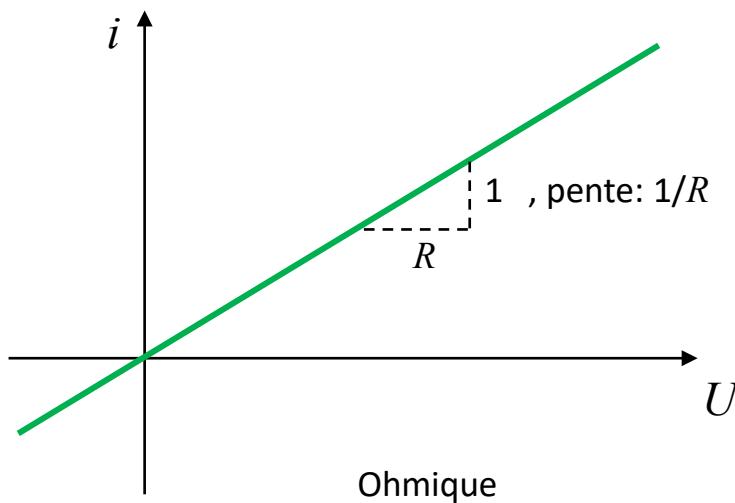
L'unité de la résistance est l'ohm (Ω).

Loi d'ohm peut également s'écrire en fonction de la conductance G .

$$G = \frac{1}{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} U = Ri ; \quad R \geq 0 \\ i = GU ; \quad R \geq 0 \end{array} \right. \quad \text{Unité le siemens S}$$

Le fonctionnement d'un élément électrique dipôle peut être représenté par une courbe $i - U$ ($U - i$).

- Une façon de décrire la variation de tension (courant) en fonction du courant (tension)



Comment représenter sur une courbe $i - U$ un morceau de fil idéal ?

- Qu'est qu'un fil idéal ?

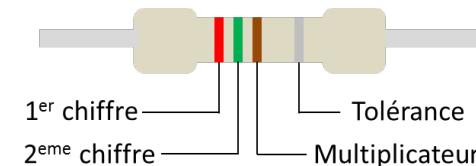
Comment représenter sur une courbe $i - U$ un circuit ouvert ?

- Qu'est qu'un circuit ouvert ?

La valeur d'une résistance peut être mesurée avec un ohmmètre.

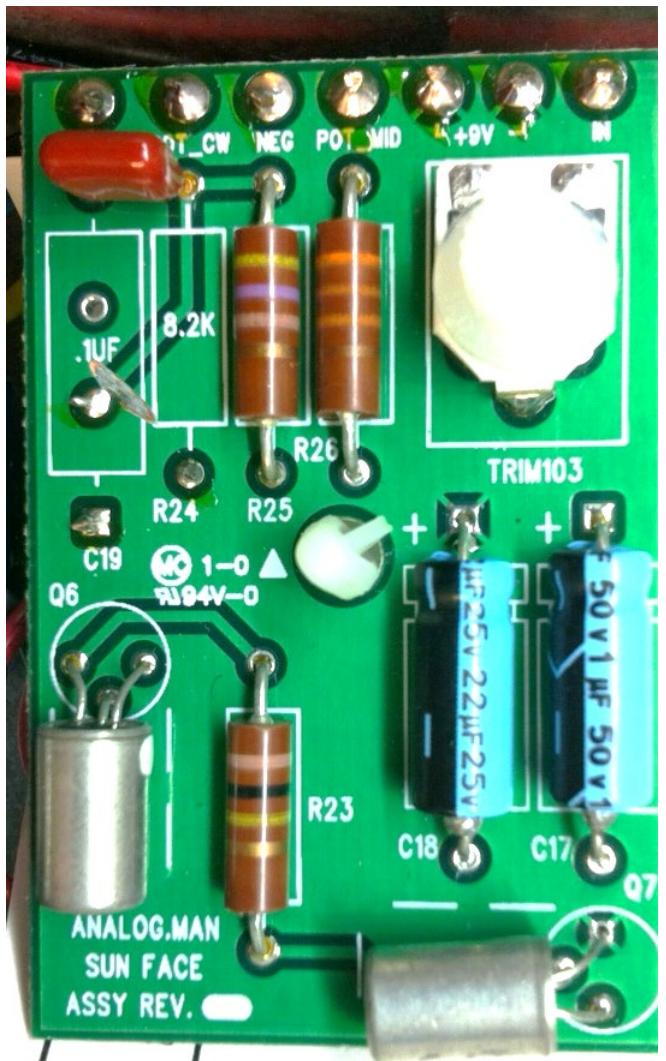
Les résistances sont également codées en couleur.

- Permet d'estimer visuellement la valeur de la résistance.

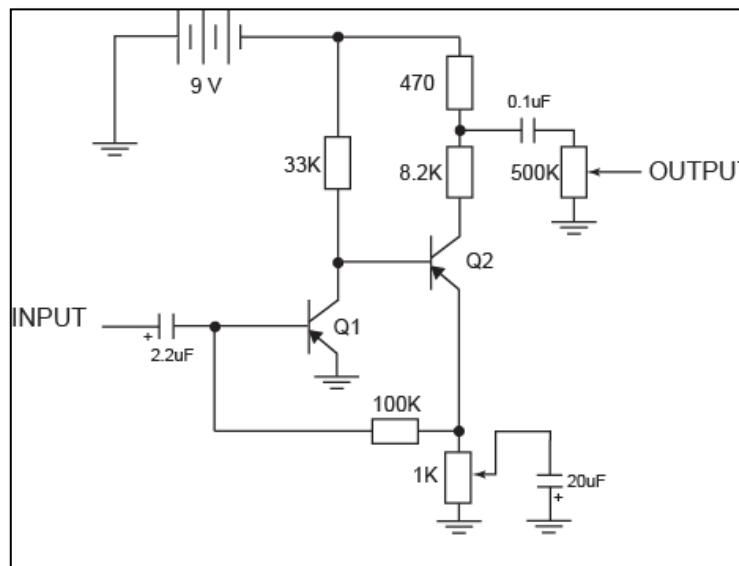


Couleur		chiffre	multiplicateur	tolérance
Noir		0	1	--
Marron		1	10	1 %
Rouge		2	10^2	2 %
Orange		3	10^3 (1 K)	--
Jaune		4	10^4 (10 K)	--
Vert		5	10^5 (100 K)	0.5 %
Bleu		6	10^6 (1 M)	0.25 %
Violet		7	10^7 (10 M)	0.1 %
Gris		8	10^8 (100 M)	0.005 %
Blanc		9	10^9 (1 G)	--
Or		--	0.1	5 %
argent		--	0.001	10 %

Note: si il y a 5 bandes, alors les 3 premières sont des chiffres



Couleur		chiffre	multiplicateur	tolérance
Noir		0	1	--
Marron		1	10	1 %
Rouge		2	10^2	2 %
Orange		3	10^3 (1 K)	--
Jaune		4	10^4 (10 K)	--
Vert		5	10^5 (100 K)	0.5 %
Bleu		6	10^6 (1 M)	0.25 %
Violet		7	10^7 (10 M)	0.1 %
Gris		8	10^8 (100 M)	0.005 %
Blanc		9	10^9 (1 G)	--
Or		--	0.1	5 %
argent		--	0.001	10 %



Travail et puissance

C'est une élément électrotechnique qui mesure la quantité d'énergie électrique consommée dans un lieu.

- L'unité d'énergie est le joule: une puissance de 1 watt pendant 1 seconde.
- Pour la consommation d'énergie on utilise kilowatt-heure (1 kWh = 3.6 106 J).
- À l'origine il est de conception électromécanique, maintenant électronique.



La tension électrique est à l'origine du mouvement des charges libres dans un circuit électrique.

Elle est donc également définie par le travail W_{AB} correspondant au déplacement de la charge Q d'un point A à B , en joules (J).

$$W_{AB} = Q(V_A - V_B) = QU_{AB}$$

Le travail nécessaire pour ce déplacement est indépendant du chemin parcouru.

Rappel: le courant i est un débit de charges Q .

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

La charge Δq s'écoulant durant un temps Δt est donc:

$$\Delta q = i \Delta t$$

Courant continu

$$\Delta q = \int_{t_1}^{t_2} i(t') dt'$$

Courant variable

En courant continu:

$$W_{AB} = Q U_{AB}$$

$$W_{AB} = i t U_{AB}$$

$$\frac{W_{AB}}{t} = U_{AB} i$$

La puissance P est l'énergie délivrée par unité de temps:

$$P = U_{AB} i$$

- L'unité est le watt (W): $[P] = \text{W}$

Par définition, la puissance correspond à un débit d'énergie:

- D'une façon générale, l'intégrale de la puissance fournie au cours du temps représente le travail total fourni.
- Le travail fourni à un élément entre le temps t_0 et $(t_0 + T)$ est donc:

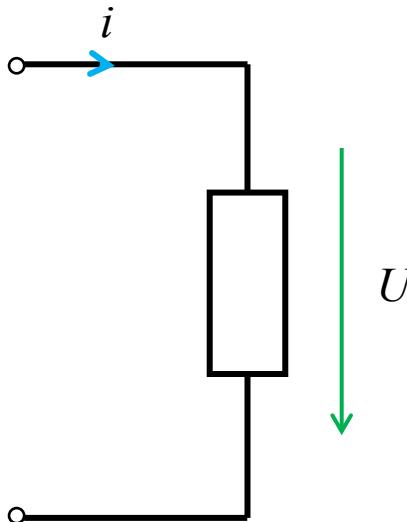
$$W = \int_{t_0}^{t_0+T} P dt$$

$$W = \int_{t_0}^{t_0+T} U(t)i(t)dt$$

- Exemple: soit un élément avec $i(t) = 2t$ A et $U(t) = 6$ V. Quel est le travail fourni entre $t = 0$ et 2 s?

Revenons à notre convention du sens respectif du courant et des tensions.

- La puissance est calculée telle que le courant i entre par la borne positive de l'élément. (courant et tension dans la même direction!).
- Celle-ci est dite «convention moteur».



Sous cette convention:

- Si la puissance P est **positive**: elle est **consommée** par l'élément .
- Si la puissance P est **négative**: elle est **fournie** par l'élément.

En utilisant la loi d'Ohm nous pouvons réécrire la puissance dans le cas d'une résistance:

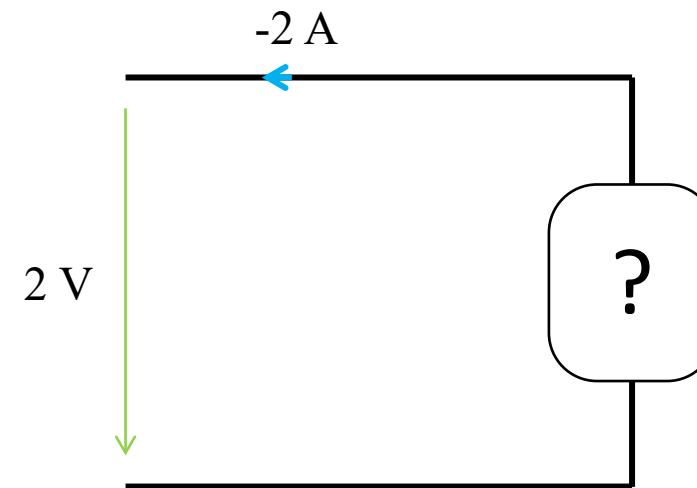
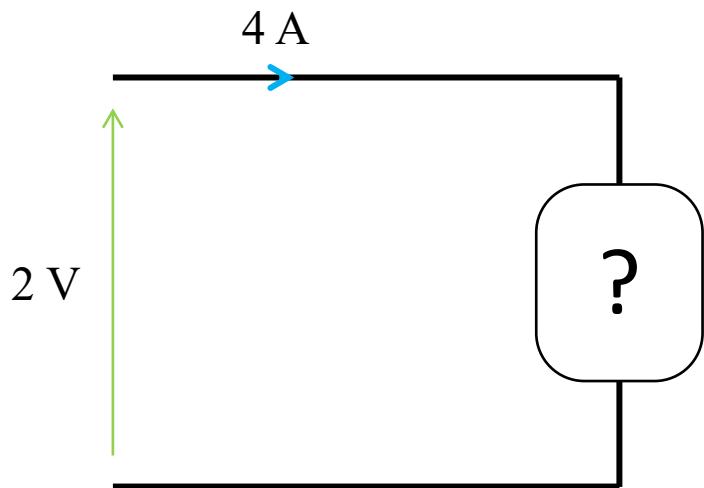
$$P = U_{AB}i$$

$$P = Ri^2$$

$$P = \frac{U_{AB}^2}{R}$$

Considérons les deux circuits ci-dessous.

- L'élément consomme-t-il ou fournit-il de la puissance ?
- La calculer.



Lorsque un courant électrique traverse une résistance, celle-ci absorbe la puissance.

- L'énergie électrique fournie par la source de tension est alors transformée en énergie thermique par la résistance.
- On appelle cela l'effet Joule.
- C'est une transformation d'énergie.

Il existe d'autres types de transformation d'énergie.

- Par exemple un générateur transforme l'énergie mécanique en énergie électrique.

Toute transformation occasionne des pertes. On définit le rendement de la transformation par η :

$$\eta = \frac{\text{puissance de sortie}}{\text{puissance d'entrée}}$$

Machine	Type de conversion	η (%)
Radiateur électrique	Électrique/chaleur	≈ 100
Turbine hydraulique	Mécanique/électrique	90
Batterie sèche	Chimique/électrique	90
Chaudière à gaz	Chimique/thermique	85
Chaudière à mazout	Chimique/thermique	65
Turbine à vapeur	Thermique/mécanique	60
Eolienne	Mécanique/électrique	50
Moteur diesel	Chimique/mécanique	40
Moteur à explosion	Chimique/mécanique	25
Diode électroluminescente	Électrique/lumineuse	35
Tube fluorescent	Électrique/lumineuse	20
Cellule solaire	Lumineuse/électrique	15
Lampe à incandescence	Électrique/lumineuse	5

La tension U délivrée à un chauffage électrique de résistance R est augmenté de $p = 20\%$

En supposant que la résistance du chauffage reste constante, de quel pourcentage augmente la puissance P délivrée au chauffage?

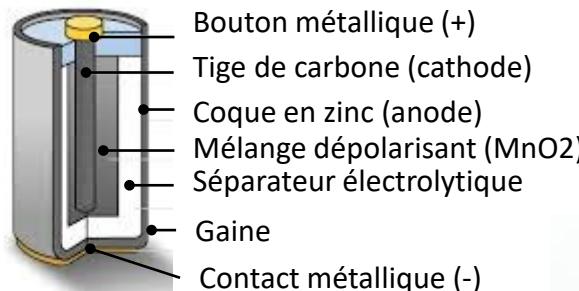
Les sources

L'apport d'énergie électrique dans un circuit est dû:

- À des générateurs produisant une tension ou un courant
- Continu ou variable dans le temps

Exemple

- Pile
- Accumulateur
- Générateur alternatif
- Cellule photoélectrique etc



Le modèle idéalisé d'un générateur est un élément appelé *source de tension* ou *source de courant*.

Nous connectons une résistance de $10\text{ k}\Omega$ aux bornes de notre pile idéale

- Quelle est la tension aux bornes de la résistance?
- Quel est le courant parcourant la résistance ?

Que se passe-t-il si nous changeons la résistance pour une de $50\text{ k}\Omega$?



Une source de tension **idéale** présente à ses bornes une **tension indépendante du courant débité**.

Nous connectons une résistance de $10\text{ k}\Omega$ aux bornes de notre source de courant idéale

- Quel est le courant parcourant la résistance ?
- Quelle est la tension aux bornes de la résistance?

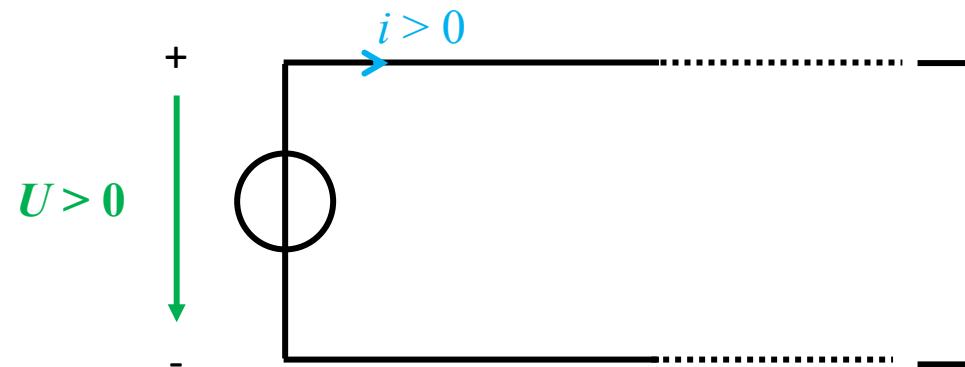
Que se passe-t-il si nous changeons la résistance pour une de $50\text{ k}\Omega$?



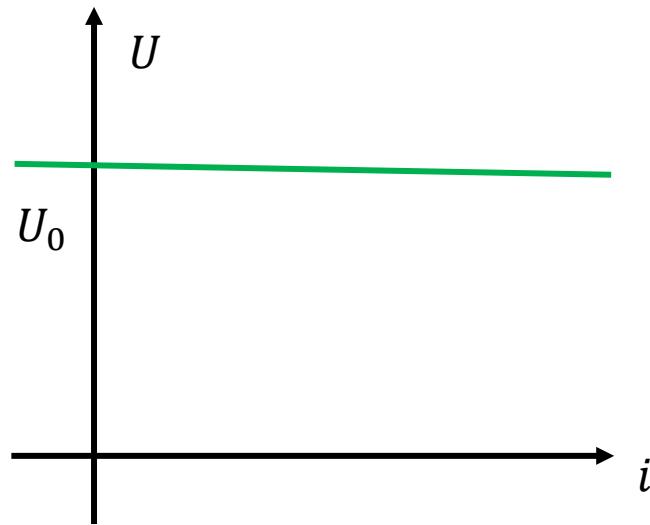
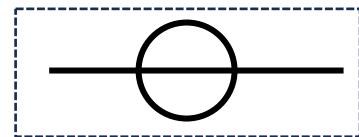
Une source de courant **idéale** débite un courant **indépendant** de la **tension à ses bornes**.

La tension électrique d'une source de tension est représentée par **une flèche orientée du point du potentiel le plus élevé au potentiel le plus bas** (du pôle positif au pôle négatif)

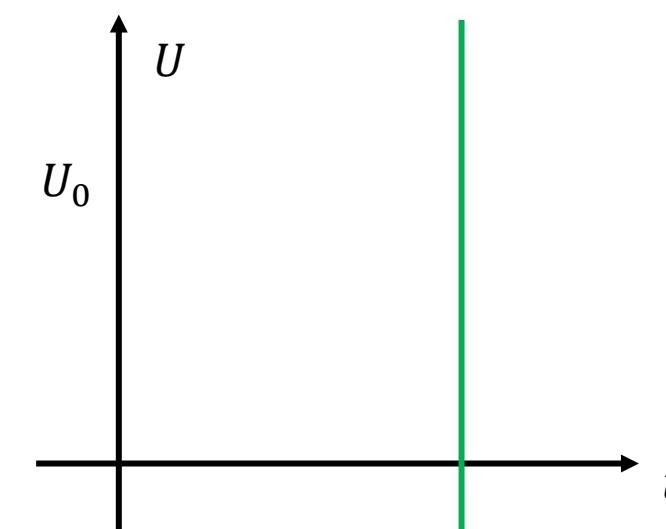
Par convention, si la source **délivre de la puissance**, le courant positif s'écoule du pôle positif au négatif de la source (à l'extérieur de la source)



- Si le circuit ne comporte qu'une seule source, celle-ci automatiquement délivre de la puissance et le courant positif s'écoule bien comme indiqué ci-dessous:
- Il est possible que dans un circuit avec plusieurs sources, certaines ne délivrent pas de puissance ...



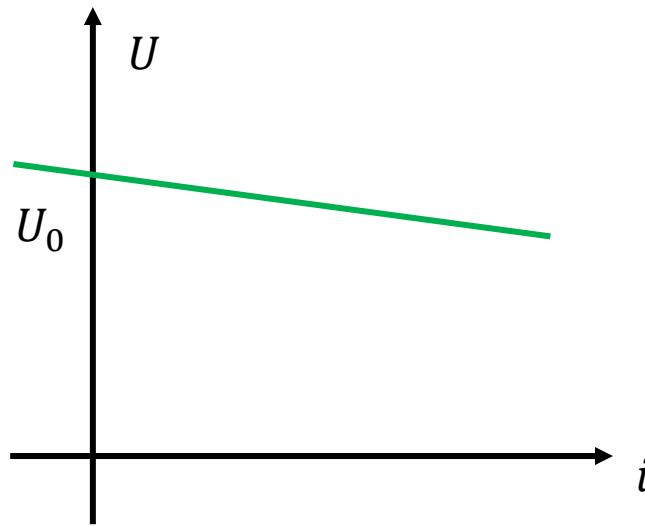
Source de tension idéale



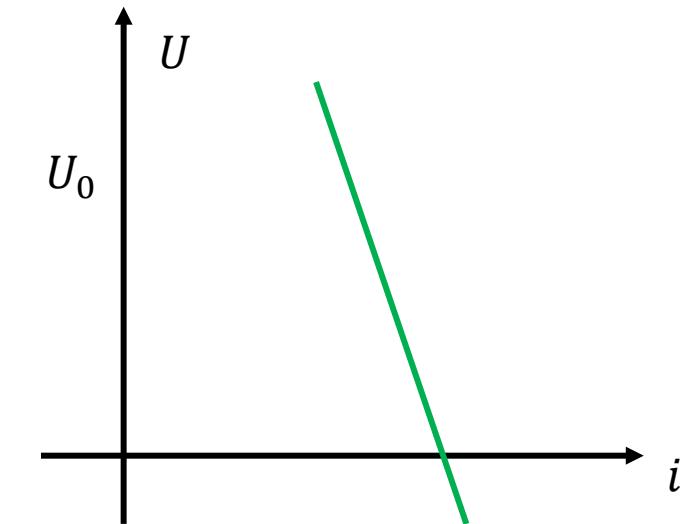
Source de courant idéale

Impossible d'avoir une source de tension dont la tension est indépendante du courant qu'elle débite...

Impossible d'avoir une source de courant dont le courant est indépendant de sa tension



Source de tension réelle

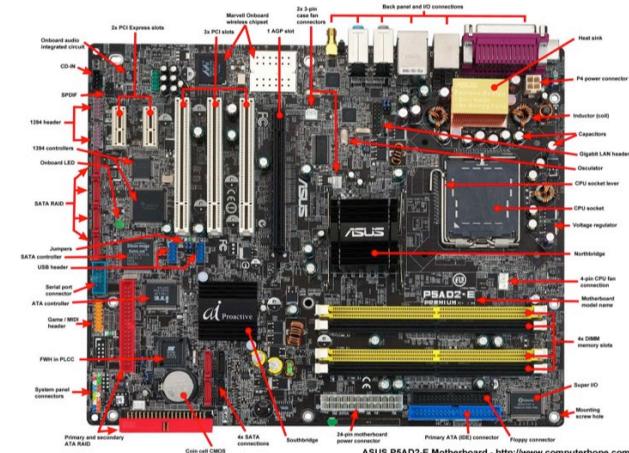


Source de courant réelle

Circuits électriques

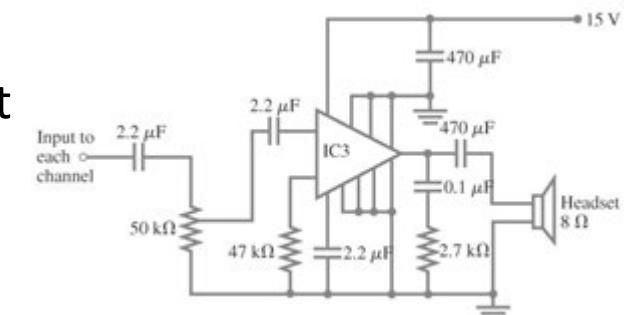
Un circuit électrique est un ensemble de composants électriques connectés entre eux

- interconnexion de composants électriques
- dispositifs de nature variée
- comportement physique peut être complexe



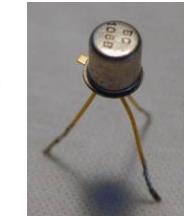
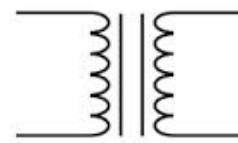
On utilise des modèles pour représenter un système

- Schéma électrique équivalent constitué d'un ou plusieurs éléments idéaux, on définit les connections, les grandeurs etc ...
- Modèle mathématique: on met en équation.
- La validité est limitée à un domaine de fonctionnement du composant



Les éléments de circuits électriques se présentent sous la forme de:

- dipôles: deux bornes.
- tripôles: trois bornes.
- quadripôles: quatre bornes.



On distingue essentiellement deux types d'éléments:

- Actifs: fournissent de l'énergie électrique.
- Passifs: décrivent les phénomènes physiques tels que la dissipation de l'énergie électrique (résistance), l'accumulation d'énergie dans un champ électrique (capacité) ou magnétique (inductance).

On relie les composants par des conducteurs parfaits

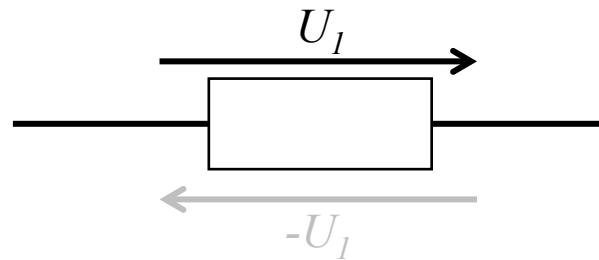
Conducteur parfait:

- A noter: il n'existe pas en réalité.
- Tout conducteur présente une résistance non nulle, mais souvent négligeable.
- Si nécessaire une résistance en série peut modéliser un conducteur non parfait.

Conducteur parcouru d'un courant:



Tension aux bornes d'un élément:



Les éléments passifs: résistance (R), capacité (C), inductance (L)

Les différents éléments sont connectés en série ou en parallèle pour former un circuit en fonction de l'objet à modéliser.

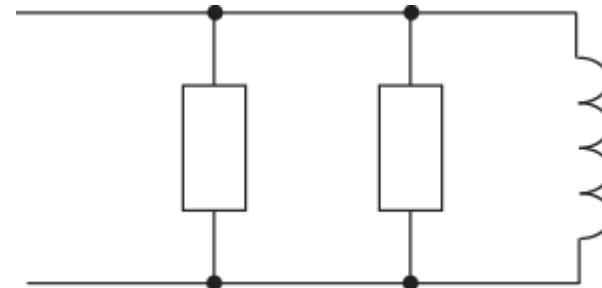
Considérons un dipôle électrique: a deux bornes

Connection:

- En série: les éléments se connectent les uns à la suite des autres



- En parallèle: les éléments partagent leurs bornes



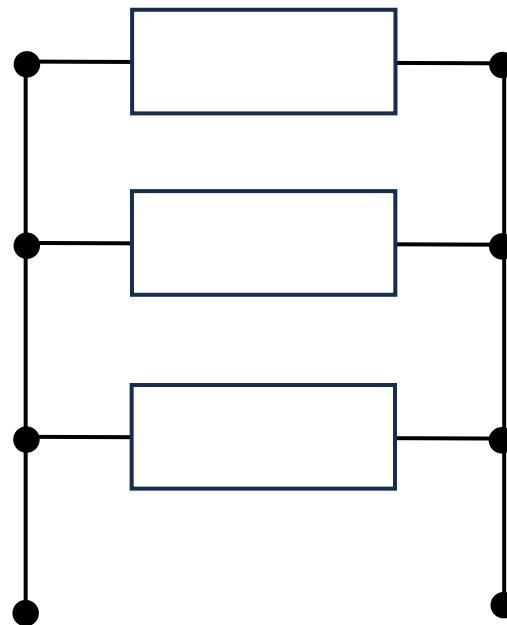
Les éléments sont connectés les uns à la suite des autres

Le courant est le même dans chaque éléments (pas de courant sortant)



Les éléments sont connectés aux mêmes bornes

La tension est la même aux bornes de chaque élément (même différence de potentiel)

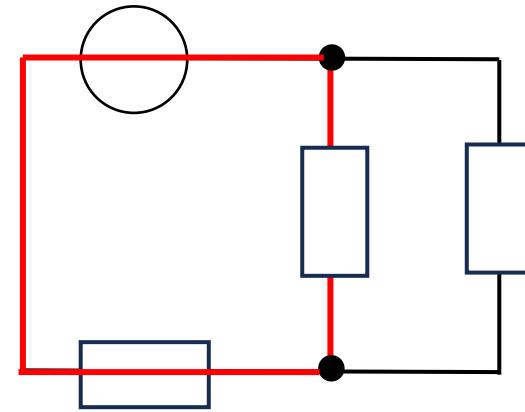
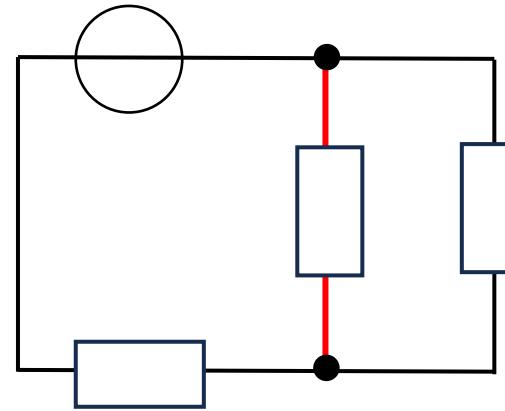
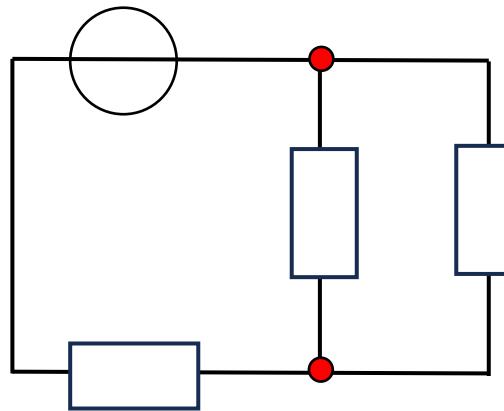


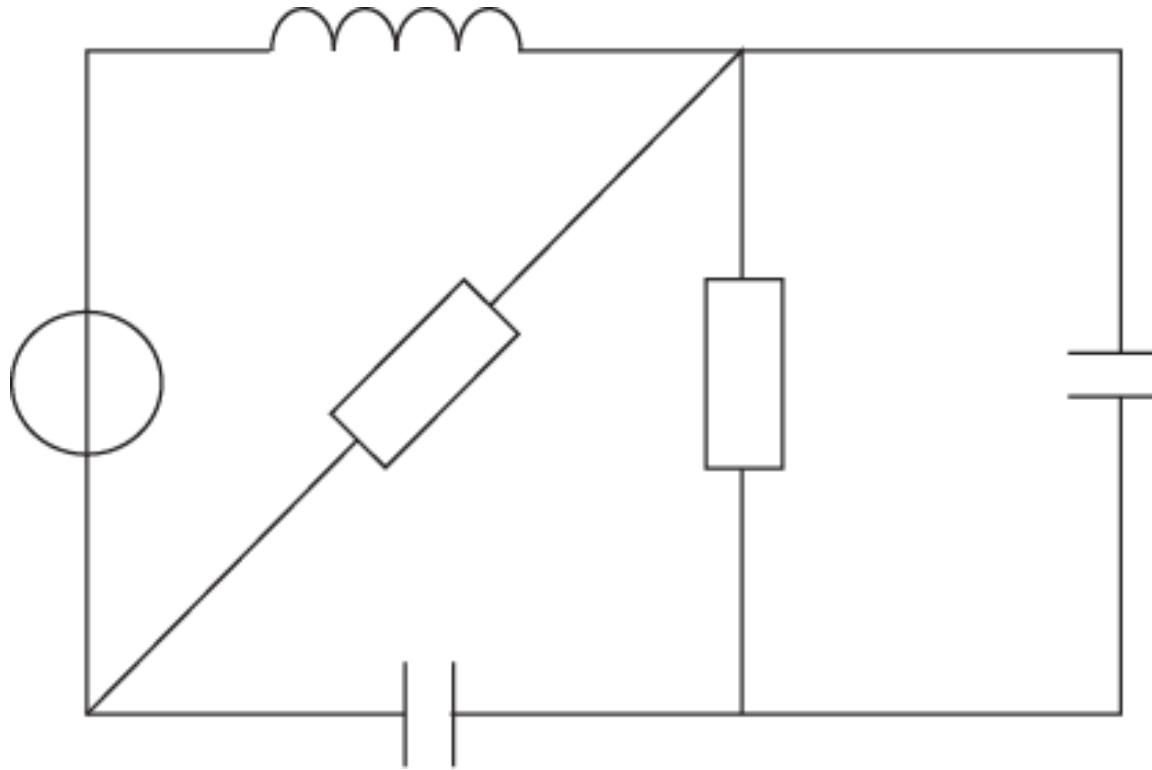
Nœud (n): point de convergence de 3 conducteurs ou plus, chaque conducteur contenant au moins un dipôle.

Branche (b): qui regroupe les éléments situés entre deux nœuds et qui traversés par le même courant (les éléments y sont donc en série).

Maille (m): qui est formée d'un ensemble de branches parcourues en partant d'un nœud pour y revenir sans passer deux fois par la même branche

- Mailles indépendantes : mailles qui ne sont pas elles-mêmes constituées d'autres mailles





Une fois les différents éléments positionnés en fonction de l'objet à modéliser, on peut y indiquer les courants et les tensions

- Pour le courant: son sens est indiqué par une flèche qui se met sur le conducteur
- Pour les tensions: la chute de tension (flèche de la borne positive à négative) se place au dessus de l'élément
- Avant l'analyse du circuit, courant et tension sont à priori. Cependant faites attention à suivre la convention des sens.

Noter le symbole du courant et de la tension (donner un nom aux inconnues!)

- Cela permet de poser ultérieurement des équations correctement

Une fois courants et tensions posés, l'analyse du circuit se fait
grâce aux lois de Kirchhoff

Les lois de Kirchhoff

Les lois de Kirchhoff sont des propriétés physiques qui s'appliquent aux circuits électriques. Elles portent le nom du physicien allemand qui les établit en 1845.

Objectif des lois:

- Exprimer mathématiquement la conservation de l'énergie et de la matière dans un circuit électrique



Gustav Kirchhoff (1824 – 1887)

Les lois de Kirchhoff sont fondamentales, au même titre que la loi d'Ohm

Elle exprime la conservation du courant électrique.

D'un point de vue physique:

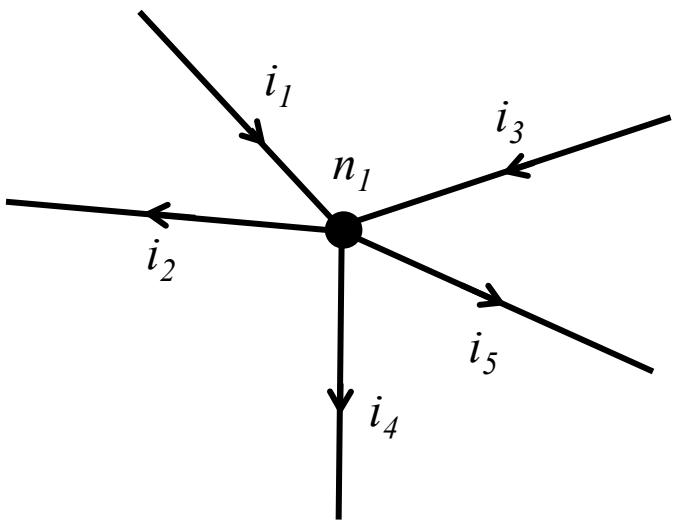
- toutes les charges 'entrant' dans un nœud en 'ressortent'.

La somme *algébrique* des courants sur un nœud est nulle

$$\sum_{k=1}^N i_k = 0$$

i_k le k^{eme} courant entrant le nœud lorsque N branches y sont connectées

- Remarque:
 - Les courants qui convergent vers le nœud sont 'ajoutés' ($+ i_k$)
 - Les courants qui s'éloignent sont 'soustraits' ($- i_k$)



Loi des nœuds au nœud n_1 :

$$i_1 + i_3 - i_2 - i_4 - i_5 = 0$$

Convergent

S'éloignent

$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4 + i_5$$

Courant
entrant

Courant
sortant

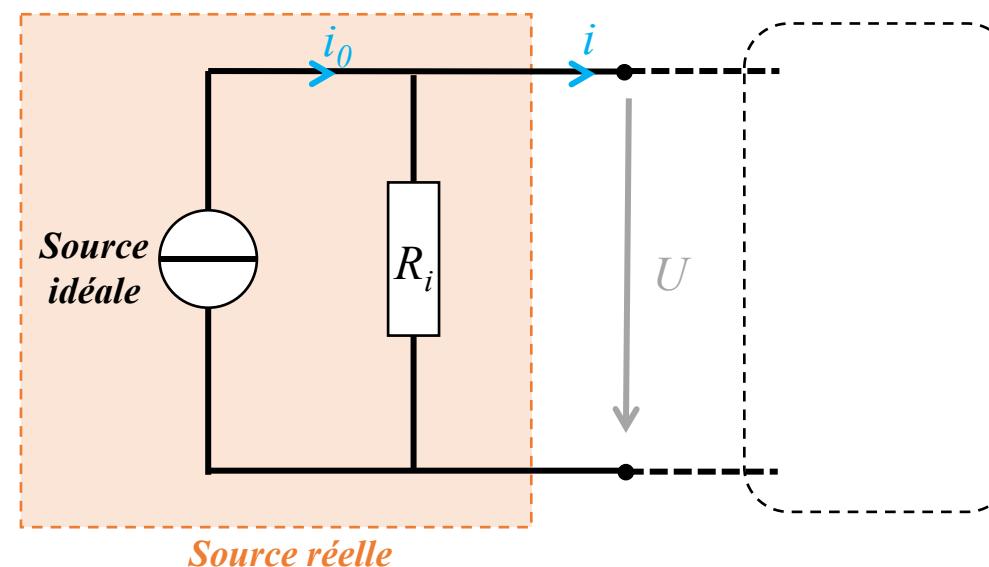
(A noter que les courants i_k peuvent être soit négatifs soit positifs)

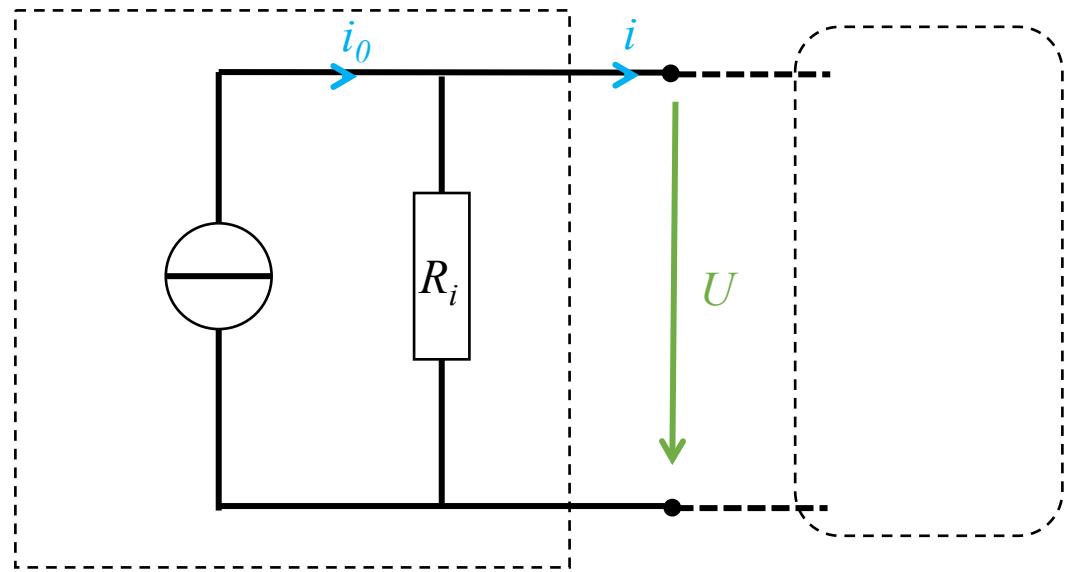
Nous avons vu qu'une source idéale de courant délivre un courant constant i_0 indépendant de la tension U à ses bornes.

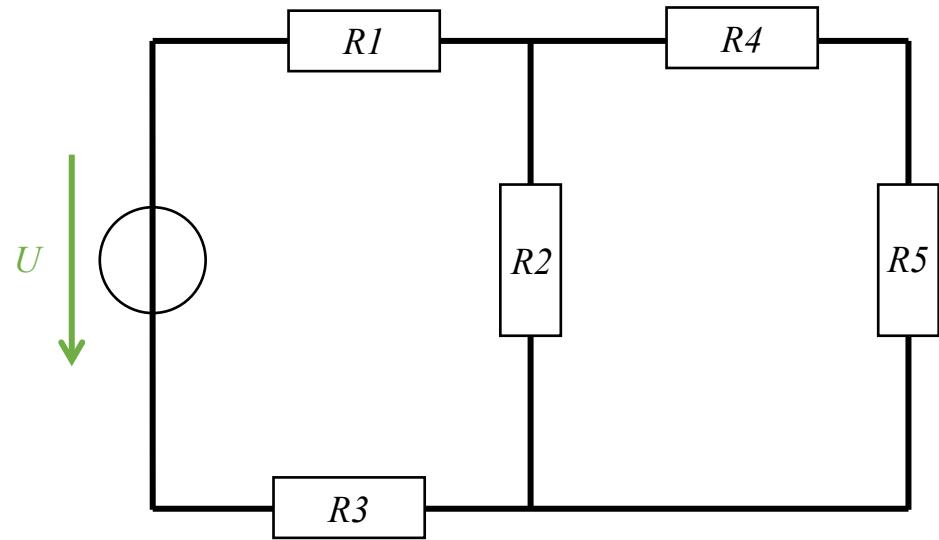
Une source de courant réelle a une dépendance entre tension et courant délivré.

- Le courant débité diminue lorsque la tension aux bornes de la source augmente

La chute de courant est attribuée à une résistance interne R_i en parallèle avec la source idéale

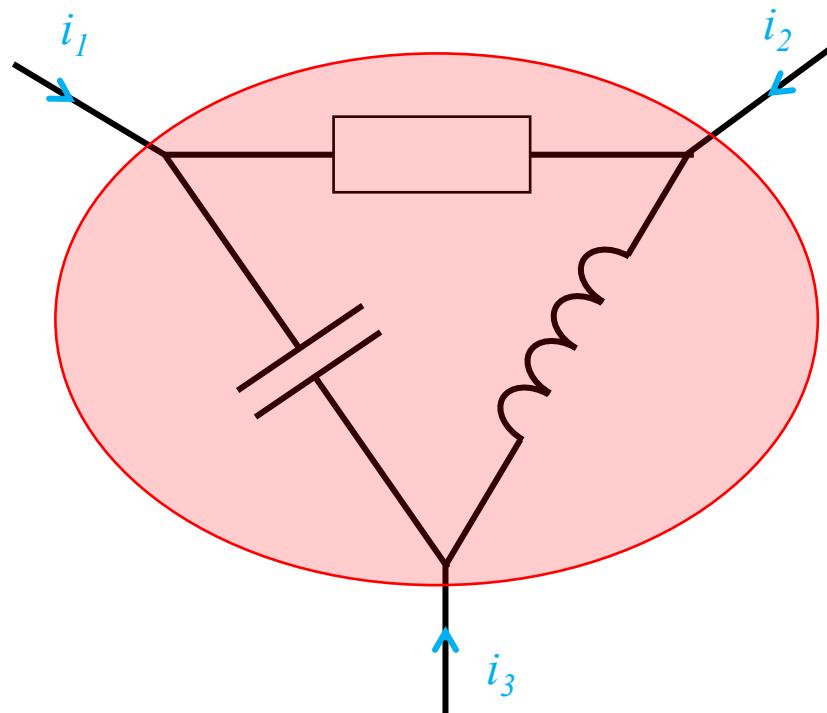






Un nœud peut aussi être défini par l'ensemble des courants traversant un contour fermé

- Le contour peut contenir plusieurs branches et nœuds
- On parle alors d'un nœud généralisé



Elle exprime la conservation de l'énergie électrique.

D'un point de vue physique:

- Toute énergie donnée par une source est utilisée dans les autres composants de la maille.
- i.e. il n'y a pas d'accumulation d'énergie dans la maille.

La somme algébrique des tensions sur une maille est nulle

$$\sum_{k=1}^N U_k = 0$$

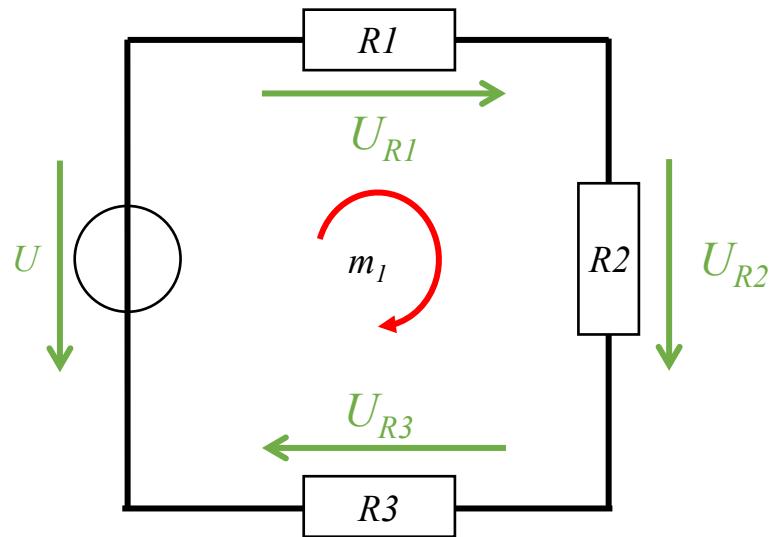
U_k la k^{eme} tension *orientée* à l'élément k d'une maille contenant N éléments

Méthode:

- Pour chaque maille: définir un sens de parcours (peut être indiqué par une flèche).
- Ecrire toutes tensions électriques rencontrées lorsque l'on parcourt la maille:
 - Tension est 'ajoutée' lorsqu'elle est dans le même sens que le parcours.
 - Tension est 'soustraite' lorsqu'elle est opposée au sens du parcours.
- Une fois le tour de la maille complété, la tension totale doit être nulle.
- La loi des mailles peut aussi s'appliquer sur des parties de maille.

Pour l'appliquer il faut donc:

- Avoir identifié les tensions correspondantes aux différents éléments.
- Avoir repéré les mailles qui forment le circuit.



Loi des mailles pour m_1 :

$$U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} - U = 0$$

Dans le sens
du parcours

Opposée au
sens du parcours

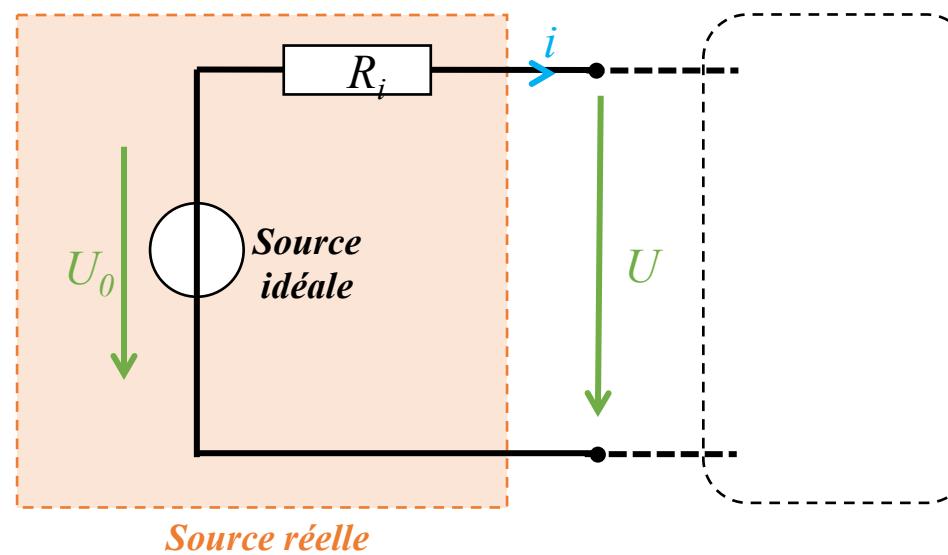
(A noter que les tensions U_k peuvent être soit négatives soit positives)

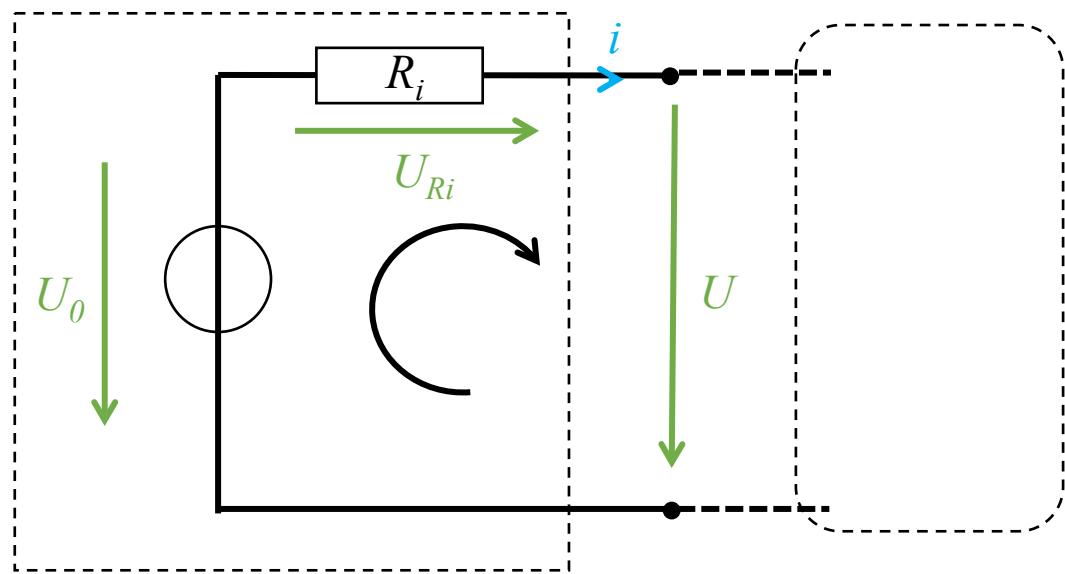
Nous avons vu qu'une source idéale de tension délivre une tension constante U_0 indépendante du courant i

Une source de tension réelle a une dépendance entre tension et courant délivré

- La tension diminue lorsque le courant débité augmente

La chute de tension est attribuée à une résistance interne R_i en série avec la source idéale

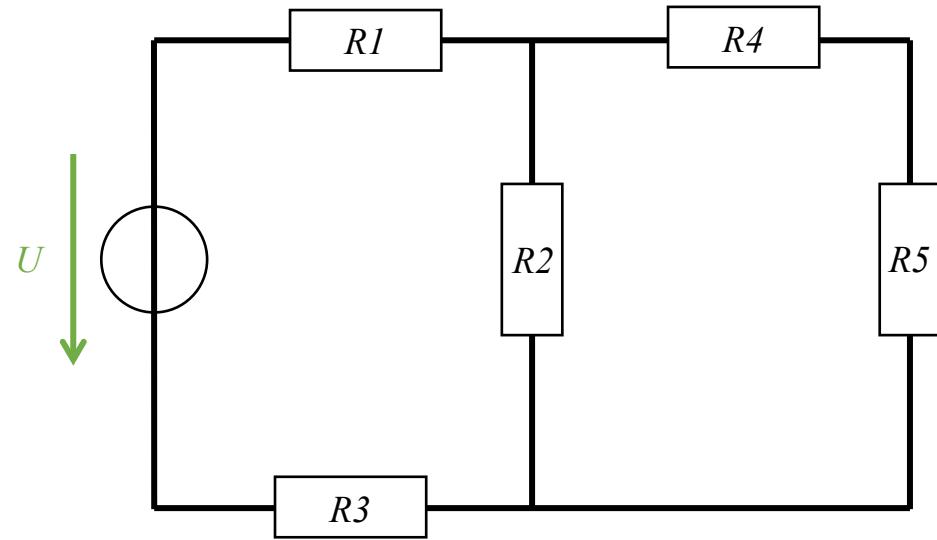


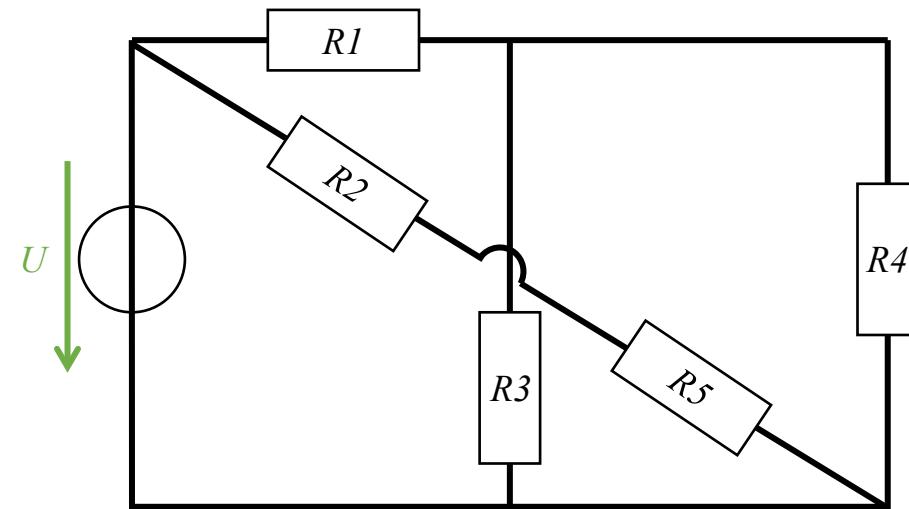
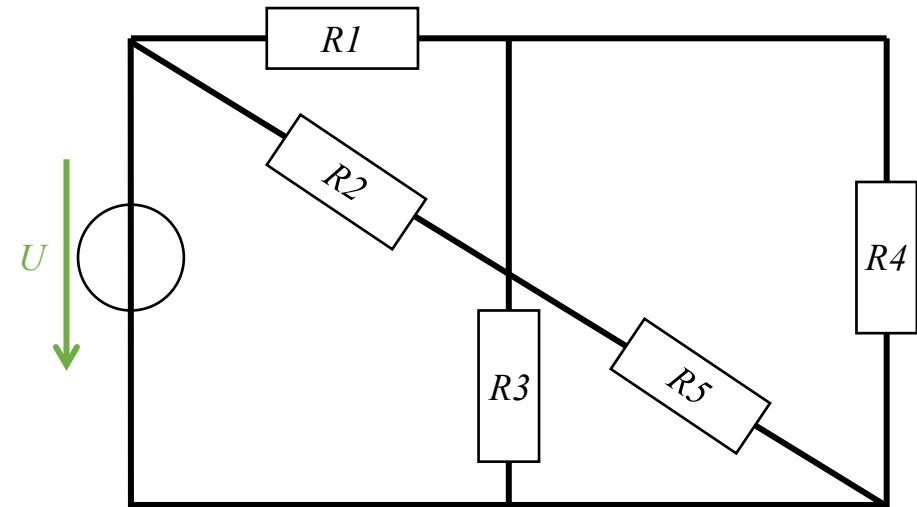


Si tous les courants de branche ont été identifiés et calculé, le circuit est résolu

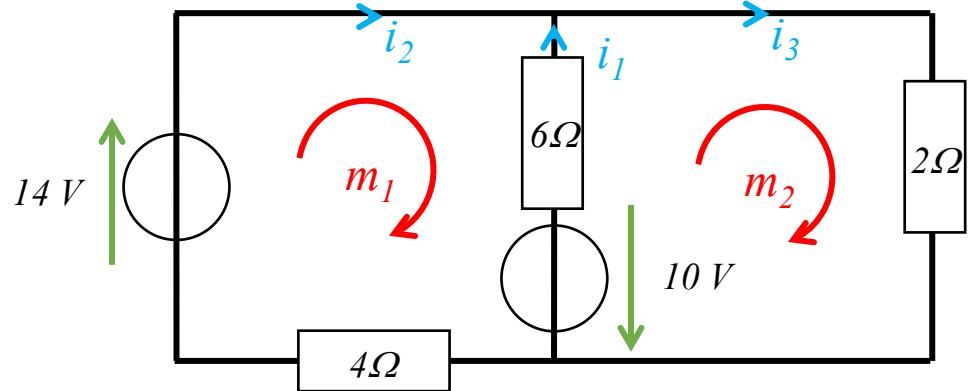
- Pour les résistances les tensions peuvent alors être calculées par la loi d'Ohm.

En régime continu, les lois de Kirchhoff permettent de générer *un nombre d'équations égal au nombre d'inconnus* (typiquement les courants de branche)





Pour le circuit donné, quelle équation obtient-on selon la loi des mailles pour la maille m_1 ?



- a) $-14 + 6i_1 - 10 - 4i_2 = 0$
- b) $14 - 6i_1 + 10 - 4i_2 = 0$
- c) $-14 - 6i_1 - 10 - 4i_2 = 0$
- d) $14 + 6i_1 + 10 - 4i_2 = 0$

Connaitre la convention de notation d'une source de tension:

Comprendre la différence entre résistivité et résistance

- Savoir comment la résistance varie en fonction de la longueur et section du conducteur.

La loi d'Ohm lie l'intensité du courant électrique i traversant une résistance à la tension à ses bornes U

Pour des appareils purement résistifs, la puissance électrique P est le produit de la tension aux bornes de l'appareil et de l'intensité du courant qui le traverse. Suivant la convention moteur:

- Pour P positif: puissance est consommée. Pour P négatif: puissance est fournie.

Savoir établir les lois de Kirchhoff